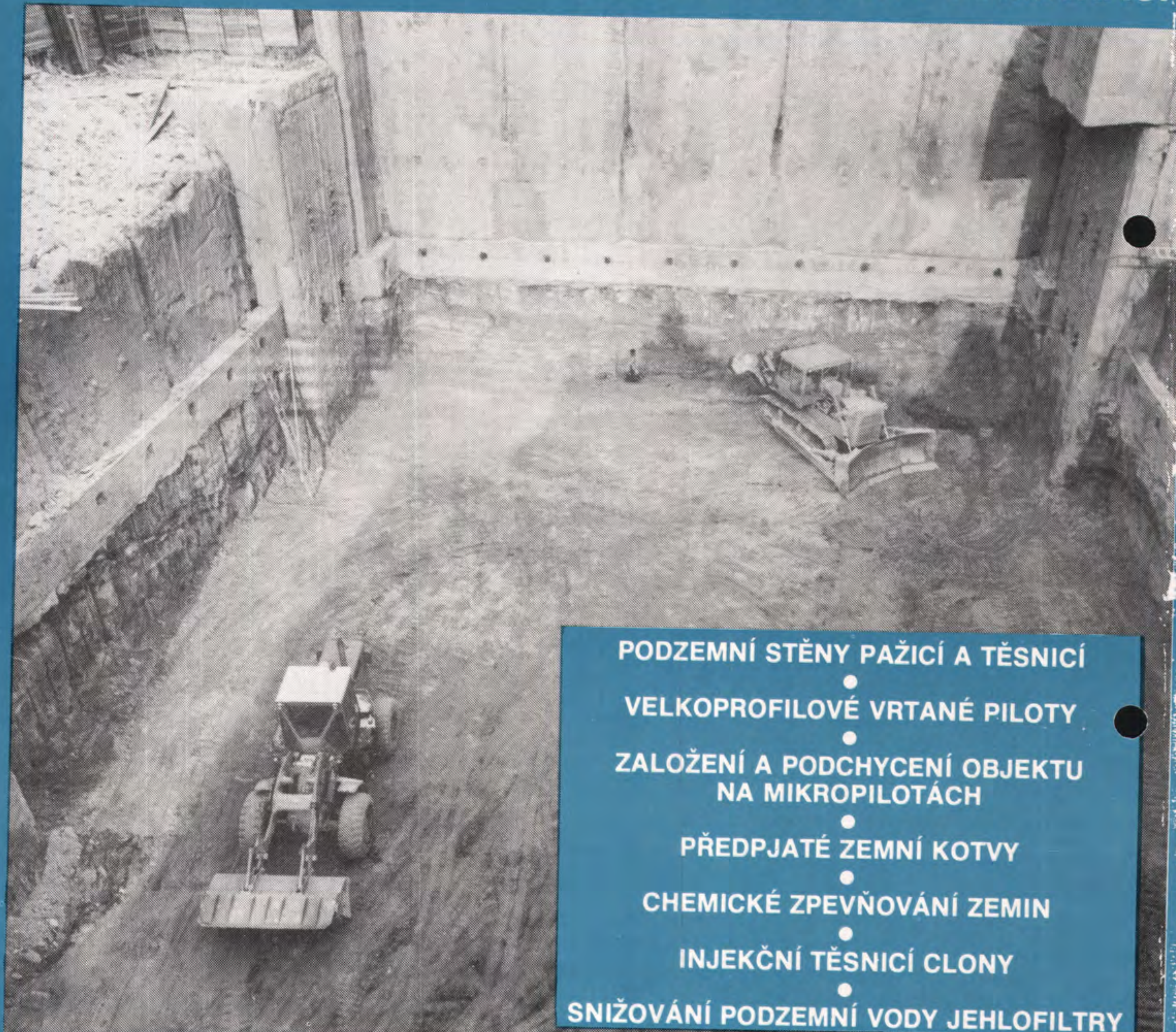
inženýrské stavby

s přílohou **MECHANIZACE**

PROJEKTUJEME A PROVÁDÍME

RYCHLE • SPOLEHLIVĚ
A V JAKÝCHKOLIV
GEOLOGICKÝCH PODMÍNKÁCH



PODZEMNÍ STĚNY PAŽICÍ A TĚSNICÍ
•
VELKOPROFILOVÉ VRTANÉ PILOTY
•
ZALOŽENÍ A PODCHYCENÍ OBJEKTU NA MIKROPILOTÁCH
•
PŘEDPJATÉ ZEMNÍ KOTVY
•
CHEMICKÉ ZPEVŇOVÁNÍ ZEMIN
•
INJEKČNÍ TĚSNICÍ CLONY
•
SNIŽOVÁNÍ PODZEMNÍ VODY JEHLOFILTRY

VODNÍ STAVBY

NOSITEL ŘÁDU PRÁCE
ODŠTĚPNÝ ZÁVOD SPECIÁLNÍ ZAKLÁDÁNÍ STAVEB
DOBRONICKÁ ul. 635, PRAHA 4 — LIBUŠ
PSČ 148 25 TELEFON: 410 1111

INŽENÝRSKÉ STAVBY — VÝROBNO-TECHNICKÝ MESAČNÍK MINISTERSTVA STAVEBNÍCTVA SLOVENSKEJ SOCIALISTICKEJ REPUBLIKY V BRATISLAVE

8 . 1985

Ing. RICHARD A. BAREŠ, DrSc., Ústav teoretické a aplikované mechaniky ČSAV Praha

DT 539.2
69

Vztah mezi geometrickou a fyzikální strukturou a vlastnostmi granulárních kompozitů

Problematika základního výzkumu chování kompozitních granulárních materiálů při zatížení se zřetelem na různé formulace jejich struktury.

V důsledku surovinové a energetické krize dochází v posledním období k rychlému rozvoji kompozitních materiálů, tedy materiálů složených z několika fyzikálně odlišných hmot, jež řízeným způsobem synergicky spolupůsobí k dosažení nových vlastností, samostatně nedosažitelných žádnou složkou. Vedle přírodních materiálů, které jsou vesměs kompozitní (dřevo, rostliny, kosti atd.), patří k nim i některé materiály ve stavebnictví již dlouho používané (malta, beton, osinkocement atd.) a rychle se rozrůstá řada nových kompozitních materiálů (polymerbetony, lamináty, vlákny nebo partikulemi plněné termoplasty, drátkobeton atd.).

Většina dosavadních metod k popisu přetvárného chování nehomogenních materiálů jako odezvy vnějšího namáhání (podobně jako různých fyzikálních charakteristik) se týká kompozitů prvního typu [1], tj. kompaktních soustav tvořených matricí se segregovanými tuhými částicemi. Používají se různé kvazihomogenní a kvaziizotropní modely kompaktních materiálů a strukturní vlivy jsou zahrnuty nanejvýš empirickou modifikací zjištěných vztahů. Zavedení skutečné geometrické struktury nebo alespoň adekvátního strukturního modelu spolu s fyzikálními vlastnostmi složek do popisu kompozitů, zejména kompozitů II. a III. typu (s agregovanými tuhými částicemi, bez nebo s tekutou fází nespojitou nebo spojitou) [1] není dosud běžné, ačkoli bez toho nelze očekávat dostatečně dobrou shodu teoretických a skutečných výsledků.

V předložené práci analyzujeme jednak výstižné modely kvazihomogenních kompaktních kompozitů, jednak uvádíme strukturní modely kompozitních materiálů (kompaktních i nekompaktních) [2, 3], umožňující zahrnout jak vlivy geometrického uspořádání struktury, tak vliv mezifázových interakcí včetně působení vnějšího prostředí.

1. Kvazihomogenní a kvaziizotropní modely kompaktních materiálů

Většina vztahů pro popis pružnosti a některé jiné vlastnosti (teplotní vodivost, elektrická permitivita aj.) kompozitů prvního typu vychází z modelu suspenze Newtonské viskozní kapaliny obvykle s tuhými koulemi [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. Hydrodynamické a elastické rovnice jsou při velkých poměrech smykových modulů G_f/G_m (odpovídající případu disperze tuhých částic f v poddajné matrici m) a za předpokladu dokonalé soudržnosti (po celé meziploše) obdobné[1]) jen se záměnou E za viskozitu η.

[1]) Obdobné vztahy byly odvozeny pro různé další systémy, např. pro tuhé elipsoidické inkluze ve viskozní matrici [13], s možností modelovat kulové, destičkovité i vláknité tvary dispergovaných částic, pro pružné koule ve viskózní matrici [14], pro tuhé koule v pružné matrici [15, 16, 17], pro pružné koule v pružné matrici [18, 19, 20], pro kulové póry v pružné matrici [21], pro kulové póry v tuhé (křehké) matrici [22], pro inkluze nebo póry obklopené skořápkou matrice [23] nebo přechodovou vrstvou [15, 24, 25] atd.

Pro predikci chování kompozitů zdají se nejslibnější variační metody, které do jisté míry umožňují zahrnout geometrické i fyzikální vlivy.

Pokud nelze přesně stanovit, zda je fáze spojitá nebo dispergovaná, nebo v případě spojité fáze rozsah fázové kontinuity, mohou pomoci alespoň k orientačnímu posouzení vzájemné interakce fází na vlastnosti kompaktního (bezporézního) kompozitu dva mezní kvazihomogenní a kvaziizotropní modely fázového uspořádání:

— paralelní (tzv. tvrdý systém),

— sériový (tzv. měkký systém), podle směru působení napětí vzhledem ke směru vrstev (*obr. 1*).

V paralelním (tvrdém) modelu jsou stejná osová přetvoření obou fází na styku (a extrémní smyková namáhání). V sériovém (měkkém) modelu jsou na styku fází stejná napětí (bez smykových namáhání). Pružné přetvoření reálné kvazihomogenní soustavy je mezilehlé oběma extrémům a zahrnuje řadu skosů a pootočení od namáhaní fází smykem (*obr. 2*).

Sledujeme-li pružnou přetvárnost mezních modelů pod zatížením (charakterizovanou modulem pružnosti E_1, E_2 a Poissonovým součinitelem μ_1, μ_2 složek s objemovým podílem V_1, V_2), obdržíme podle [2] pro paralelní model složený ze dvou fází[2])

$$\mu_s^t = \frac{\mu_1(1+\mu_2)(1-2\mu_2)V_1E_1+\mu_2(1+\mu_1)(1-2\mu_1)V_2E_2}{(1-\mu_2)(1-2\mu_2)V_1E_1+(1+\mu_1)(1-2\mu_1)V_2E_2}$$

$$E_s^t = \frac{[(1+\mu_2)V_1E_1+(1+\mu_1)V_2E_2][(1-2\mu_2)V_1E_1+(1-2\mu_1)V_2E_2]}{(1-\mu_2)(1-2\mu_2)V_1E_1+(1+\mu_1)(1-2\mu_1)V_2E_2} \qquad (1)$$

a podobně pro sériový systém

$$\frac{1}{E_s^m} = \frac{V_1}{E_1}+\frac{V_2}{E_2} \qquad ^{3})$$

$$\mu_s^m = \frac{\mu_1 V_2E_2+\mu_2 V_1E_1}{V_1E_2+V_2E_1} \qquad (2)$$

Pro objemový modul kompaktní soustavy platí obdobně meze

$$K_s^m = \frac{1}{3}\,\frac{E_1E_2}{(1-2\mu_1)V_1E_2+(1-2\mu_2)V_2E_1}$$

$$K_s^t = \frac{1}{3}\,\frac{(1-2\mu_1)(1-2\mu_2)}{(1-2\mu_2)V_1E_1+(1-2\mu_1)V_2E_2} \qquad (3)$$

Z těchto výrazů je zřejmé, že rozdílnost modulů obou fází má mnohem větší vliv v sériovém modelu než v paralelním a že o vlastnostech sériového modelu rozhoduje méně tuhá složka. Ve skutečném systému se fázový vztah mění podle změny objemového zastoupení složek. Může převážit spojitost jedné nebo druhé fáze a fyzikální vlastnosti systému budou proto někde mezi uvedenými extrémy.

Bylo skutečně prokázáno [2, 33], že pružné přetváření každé konkrétní kompaktní soustavy (k němuž dochází podle principu minima přetvárné práce) zůstává kompromisem mezi jejím chováním měkkým a tvrdým a za vyloučení smykového namáhání z popisu děje pro každou fyzikální konstantu C platí:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{C_s^m}+\frac{1}{C_s^t}\right] \qquad (4)$$

nebo konkrétně pro modul pružnosti E [4])

$$E_s = \frac{2(E_s^m E_s^t)}{E_s^m+E_s^t} \qquad (5)$$

pro Poissonův součinitel

$$\mu_s = \frac{\mu_s^t E_s^m+\mu_s^m E_s^t}{E_s^m+E_s^t} \qquad (6)$$

a pro objemový modul K

$$K_s = \frac{2K_s^m K_s^t}{K_s^m+K_s^t} \qquad (7)$$

Nedostatkem těchto modelů je, že odvozené vztahy popisují stejně pružnost i strukturně velmi odlišných soustav jako soustavy tvořené dokonalým vzájemným prostupem dvou spojitých fází, soustavy, v níž jedna z fází je dispergována ve druhé, nebo kompaktní soustavy dvou přetržitých fází. Dalším nedostatkem je nemožnost záměny jedné z tuhých fází plynnou, což znamená, že takto nelze popsat soustavy porézní.

2. Strukturní modely granulárních kompozitů

Základním krokem k odstranění uvedených nedostatků je zavést do úvah definovaný model struktury. Studie ukázaly, že nezáleží velmi na tom, jak je model definován (tj. je-li např. složen z kulových, kubických, elipsoidických nebo jiných prvků). Hlavním činitelem je jednak realizace strukturnosti (a tím pravděpodobnějšího obrazu o průběhu napětí či přetvoření), jednak zavedení vnitřního povrchu, bez něhož

---

[2]) Obdobné vztahy byly odvozeny též v [26].

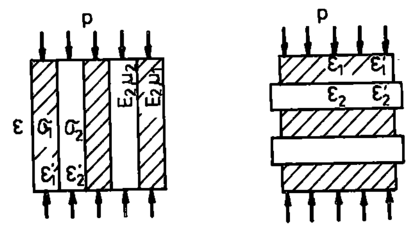
[3]) Zanedbáním Poissonova součinitele ($\mu_1 = \mu_2 = 0$) obdržíme jako speciální případy známé vztahy [2, 26, 28, 29] pro paralelní model $E_s^t = E_1V_1 + E_2V_2$ a pro sériový model $E_s^m = \dfrac{E_1E_2}{E_1V_2+E_2V_1}$.

Obdobný tvar mají vztahy pro teplotní a elektrickou vodivost. Jiné, přesnější modely než jednoduchý paralelní a sériový systém byly odvozeny řadou autorů; například kombinace sériového a paralelního modelu byla užita pro krystalinické polymery [30].

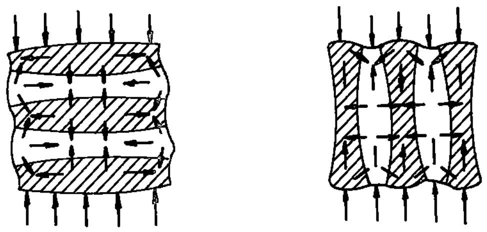
Přirozeně, sériový a paralelní model lze libovolně mnohonásobně kombinovat, což celá řada autorů skutečně učinila. Výsledkem jsou však pouze podstatně složitější vztahy, které stejně nereprezentují skutečnou strukturu materiálu a z ní vznikající interakce a mohou se shodovat s experimentálními výsledky jen ve speciálních případech, obvykle v těch, pro které byly odvozeny. Pro obecný popis strukturních systémů mají jen malou cenu. Rovněž lze zvolit jiné geometrické uspořádání fází (např. čtvercové inkluze uprostřed matrice) [31]; obecnější jsou variační postupy, např. [32].

[4]) Někdy vyhovují experimentálním hodnotám i jiné, většinou empiricky navržené funkce, např.

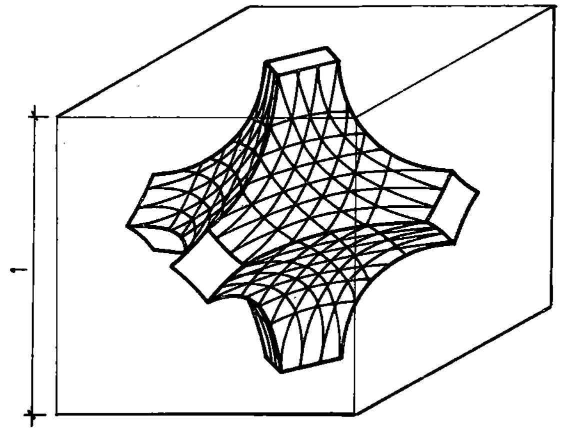
$$E_s = \frac{1}{2}(E_s^m + E_s^t) \quad \text{nebo} \quad \log E = \frac{1}{2}(\log E_s^m + \log E_s^t).$$



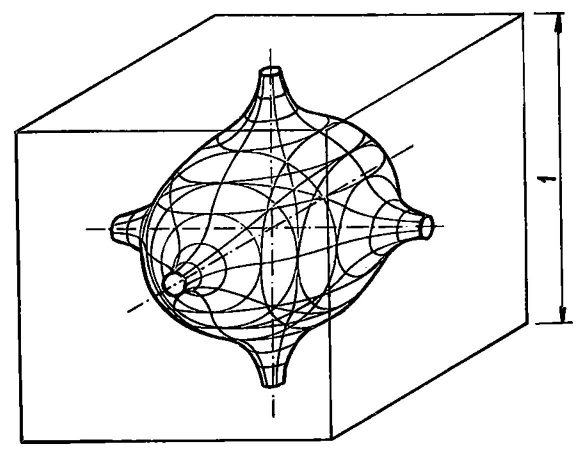
Obr. 1. Paralelní (tvrdý) a sériový (měkký) model kompozitního kompaktního materiálu se stejnými osovými přetvořeními resp. stejnými osovými napětími; podélná přetvoření, napětí, příčná přetvoření



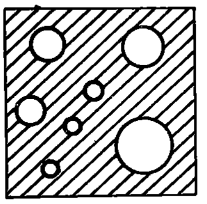
Obr. 2. Model reálné soustavy s napětími indukovanými ve fázích



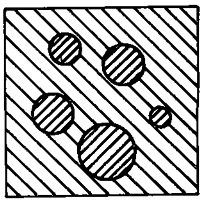
Obr. 3. Konvexní uzel s polomůstky tuhé fáze v jednotkovém objemu soustavy pěnového typu



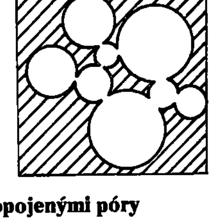
Obr. 4. Konkávní uzel s polomůstky tuhé fáze v jednotkovém objemu soustavy typu pojených materiálů



Obr. 5. Pěnovka s oddělenými póry



Obr. 6. Kompaktní systém s oddělenými poddajnými inkluzemi



Obr. 7. Pěnovka s propojenými póry

žádný strukturní model nemůže poskytnout dostatečné zobecnění.

Konkrétní granulární kompozita mohou mít podle uspořádání plniva v systému v podstatě dvojí charakter: plnivo je v matrici buď segregované, nebo agregované [1]. Podle toho se liší i objemové zastoupení a tvar pojivových částí (můstků) systému. Plnivo jako soubor diskrétních částic je možno uvažovat dále ve dvou mezních podobách, a to plynné a kompaktní. V prvním případě jde o materiály pěnového typu (obvykle s jednou tuhou fází), ve druhém případě o materiály vytvořené dvěma nebo více fázemi, bez pórů nebo s póry (nespojitými či spojitými). Tyto dva případy jsou opět charakterizovány tvarem pojivových součástí.

Z rozboru různých konkrétních[5)] systémů vyplývá, že ve všech případech stačí k popisu reálné soustavy, které je modelují (tedy zahrnující v sobě jak strukturnost, tak vnitřní povrch), dvě základní strukturní kvazioktaedrické jednotky, a to konvexní uzel (*obr. 3*) a konkávní uzel (*obr. 4*).

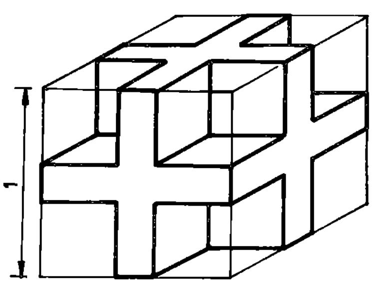
Konvexní uzel lze přijmout za základní strukturní element dvoufázových soustav I. a II. typu, pěnovkových, s oddělenými póry (bublinami) (*obr. 5*), kompaktních, opět s oddělenými inkluzemi (*obr. 6*), které jsou poddajnější než matrice, a pěnovkových soustav III. typu s propojenými póry, tedy spojitě porézních (*obr. 7*). Nejjednodušší případ, v němž póry nebo inkluze mají kulový tvar a jsou stejně velké, lze popsat ideálním modelem, přesně geometricky definovaným. S ohledem na dříve uvedený poznatek, že není rozhodující tvar, ale objemový podíl spolu s vnitřním povrchem, lze použít:

— pro případ nespojité porovitosti, tj. oddělených (segregovaných) pórů (inkluzí), jednoduchý (jednoduše popsatelný) kubický (ortogonální) skelet[6)], sestrojený z kubických

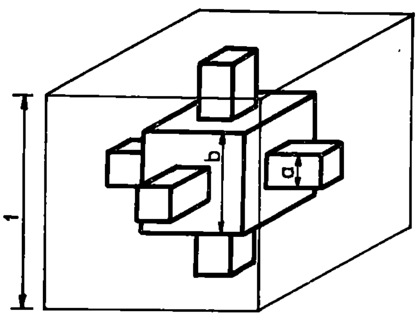
---

5) Smysl tuhého materiálu konkrétního, reálného i ideálního je stejný, jako se již běžně užívá u kapalin.

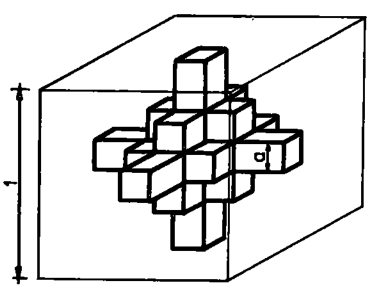
6) Zvolený kubický skelet je mezilehlý extrémnímu strukturnímu uspořádání s minimálním postačujícím počtem spojovacích elementů ve tvaru tetraédru na jedné straně a s nekonečným počtem trámců ve tvaru sférického skeletu na straně druhé.



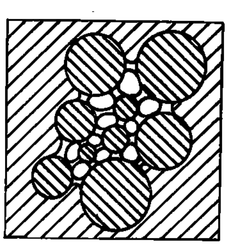
Obr. 8. Jednotkový objem ideální nespojitě porézní soustavy pěnovkového typu



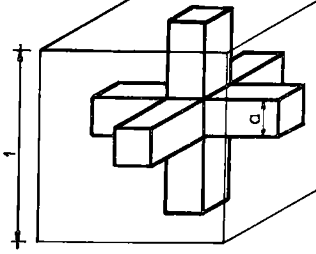
Obr. 9. Jednotkový objem ideální spojitě porézní soustavy



Obr. 10. Jednotkový objem reálné spojitě porézní soustavy pěnovkového typu



Obr. 11. Schematický řez konkrétní spojitě porézní soustavou typu pojených materiálů



Obr. 12. Jednotkový objem reálné spojitě porézní soustavy typu pojených materiálů

center, všesměrně (ve zvolené karteziánské soustavě souřadnic) propojených deskami podle *obr. 8,*

— pro případ spojitě porézní soustavy (pěnovkového typu) modelu podle *obr. 9*, s prostorově křížovým ortogonálním skeletem[7]. V konkrétních pěnovkových soustavách však existuje většinou současně spojitá i nespojitá pórovitost (tj. pouze některé bubliny jsou propojeny). Je zřejmé, že takovou soustavu lze posuzovat jako kompromis mezi ideálními soustavami se spojitou a nespojitou pórovitostí. V odpovídajícím modelu reálné pěnovkové soustavy budou vedle center a trámců prostorového kříže existovat i elementy deskové (*obr. 10*)[8].

Ve složitějších a obecných případech mohou být bubliny (inkluze) různého rozměru, příp. i různého (jiného než kulového) tvaru, a tedy i rozměry center, trámců a desek budou různé u jednotlivého uzlu i v soustavě. Zatímco např. model ideálně spojité soustavy (podle *obr. 9*) lze definovat relativním délkovým rozměrem kubického centra (a příčného průřezu trámců) *a* vzhledem k délkovému rozměru kubické soustavy (obalové krychle), v obecném případě budou popisující veličiny statistické funkce (tj. velikosti center, trámců, obalové krychle, a tím i parciální objemy a vnitřní plocha). Pro další výpočet např. elastických vlastností systému se použijí buď tyto funkce, nebo jednodušeji jejich střední hodnoty.

Pro ideální model je objem centra

$$V_c = a^3 \tag{8}$$

objem trámců

$$V_t = 3a^2(1-a) \tag{9}$$

a celý objem skeletu

$$V_k = a^2(3-2a) \tag{10}$$

z čehož

$$a = \frac{1}{2} + \cos\frac{1}{3}\arccos(1-2V_k) \tag{11}$$

Průřez centra a plocha prostupu trámců povrchem soustavy (rovná příčnému průřezu trámců) je:

$$A_c = A_t = a^2 \tag{12}$$

---

[7]) Stejně velké bubliny dutinové (nebo poddajné) fáze jsou předpokládány ve vrcholech krychlového jednotkového objemu. To odpovídá tzv. nejřidšímu uspořádání stejných koulí (v křížení tří osnov pravoúhlé prostorové sítě). Naproti tomu nejhustěji jsou koule rozmístěny v křížení čtyř osnov, orientovaných podle tělesných uhlopříček krychle; koule jsou umístěny ve vrcholech dvou tetraedrů a jednoho oktaedru. Pro případ pronikajících se bublin by při tomto rozmístění nabývaly mezikulové prostory tvaru kvazitetraedrů a kvazikubů, zastoupených dva ku jednomu, s kulově konvenxními stěnami. Vzhledem k možnosti vyjádření hustoty (proporcionálního zastoupení) bublin hloubkou vzájemného průniku při jejich nejřidším rozmístění není nutno tento faktor brát v úvahu.

[8]) Ze soustavy nespojitě porézní (*obr. 8*) jako prvého extrému přejde se postupným ubíráním částí desek k systému částečně spojitě poréznímu (*obr. 10*) a úplnou redukcí deskových částí konečně k druhému extrému, k ideálně spojitému systému (*obr. 9*).

Modul pružnosti E_s a Poissonův součinitel μ_s ideální spojitě porézní soustavy (pěnovkového typu) s použitím kombinace měkkého a tvrdého chování (ve smyslu přechozí definice) podle rovnice (5) a (6) vychází:

$$E_s = \frac{6Ea^2}{6-C} \tag{13}$$

$$\mu_s = \frac{3\mu - D + 3a\mu}{6-C} \tag{14}$$

kde $C = 2(1-a)\{(1-2\mu)[1-A] + 2(1-\mu)[1-B]\}$

$$D = 2(1-a)\{(1-2)[1-A] - (1+\mu)[1-B]\} \tag{15}$$

$$A = \frac{2(1-\mu)(1-a)}{2(1-2\mu) - a(1-3\mu)}; \qquad B = \frac{2(1-\mu)(1-a)}{(2-\mu)-a}$$

E a μ jsou konstanty pružnosti materiálu skeletu. Jestliže skelet je tvořen z více než jedné fáze, získají se konstanty pružnosti podle předchozích vzorců (1) a (2) s použitím rovnice (5) resp. (6) smíšením vlastností složek[9]).

Obdobně je možno určit elastické konstanty i pro model nespojitě porézní pěnovky nebo případ mezilehlý (částečně spojitý systém), tedy model reálné pěnovkové soustavy.

Konkávní uzel lze použít jako základní strukturní element dvoufázových soustav II. typu a třífázových soustav III. typu (s agregovaným plnivem a se spojitou nebo nespojitou pórovitostí) (*obr. 11*). Nejjednodušším modelem reálné spojitě porézní soustavy je strukturní kubická (ortogonální) jednotka[10]) podle *obr. 12*, vzniklá doplněním soustavy podle *obr. 10* o další elementy kubické[11]). Protože skelet tohoto modelu nahrazuje obě pevné fáze přítomné v soustavě[12]), v dalších úvahách je nezbytné pracovat s materiálem idealizovaným. Předpokládá se, že jeho mechanické a elastické vlastnosti odpovídají vlastnostem kvazikompaktního materiálu, zjištěným podle vztahů (1), (2), (4) na základě vlastností složek a jejich objemového zastoupení.

Při přesnějším popisu je opět možno použít základní jednoduchý ortogonální model a vliv různého tvaru a velikosti center, a tím různé velikosti spojovacích můstků v jednotlivém uzlu i v soustavě, stejně jako vliv změny vnitřního povrchu (např. změnou povrchových vlastností plniva) popsat statisticky. Jednotkový model reálné spojitě porézní soustavy typu pojených materiálů (podle *obr. 12*) lze definovat relativními délkovými rozměry příčného průřezu trámce a a centra b (vzhledem k délkovému rozměru krychlové soustavy), zatímco v obecném případě budou popisující veličiny statistické funkce (velikosti center, trámců, obalové krychle, parciální objemy, vnitřní povrch), které se použijí pro další výpočet např. elastických vlastností systému buď přímo, anebo se zavedou alespoň jejich střední hodnoty.

Objem centra pro model reálné soustavy za předpokladu, že $a < b < 1$, je:

$$V_c = b^3 \tag{20}$$

objem trámců

$$V_t = 3a^2(1-b) \tag{21}$$

a celý objem skeletu

$$V_k = 3a^2(1-b) + b^3 \tag{22}$$

Průřezy centra a trámců jsou:

$$A_c = b^2 \tag{23}$$

$$A_t = a^2 \tag{24}$$

Modul pružnosti E_s a Poissonův součinitel μ_s reálné spojitě porézní soustavy (typu pojených materiálů) s použitím kombinace měkkého a tvrdého chování skeletu (ve smyslu uvedené definice) podle rovnic (5) a (6) je:

$$E_s = \frac{6Ea^2}{3 + \{M - N + 2P\}} \tag{25}$$

$$\mu_s = \frac{3a\mu + N + P}{3 + \{M - N + 2P\}} \tag{26}$$

kde

$$M = 3(1-b)\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{1-\mu}$$

$$N = (1-2\mu)\left\{\left[(1-b)\frac{2\mu}{1-\mu} - a\right][1-Q] + \frac{a(b-a)}{b}[1-R]\right\}$$

$$P = (1+\mu)\left\{\left[(1-b)\frac{\mu}{1-\mu} + a\right][1-S] - \frac{a(b-a)}{b}[1-T]\right\}$$

---

[9]) Objemový modul takové soustavy K_s od vnějšího hydrostatického tlaku, tj. působí-li tlak pouze na vnější plochy skeletu nacházející se na povrchu kubické soustavy, získá se stejným postupem a je:

$$K_s^{ext} = \frac{E}{3(1-2\mu)(1-F)} \tag{16}$$

kde

$$F = (1-a)\frac{1-3\mu}{1-2\mu} - A \tag{17}$$

Působí-li naopak hydrostatický tlak na vnitřní povrch skeletu (hydrostatický tlak vnitřní), vychází objemový modul

$$K_s^{int} = \frac{E}{3(1-2\mu)F} \tag{18}$$

Superpozice obou vlivů poskytne objemový modul soustavy vystavené hydrostatickému tlaku, který je stejný jako pro tuhou fázi skeletu, resp. kompaktní (neporézní) soustavu ze stejného materiálu, tj.

$$K_s = \frac{E}{3(1-2\mu)} \tag{19}$$

[10]) Podobně jako u porézních soustav pěnového typu není nezbytně třeba u soustav spojitě porézních typu pojených materiálů (za předpokladu identičnosti pojiva a plniva) uvažovat rozmístění uzlů. Hustotu (proporcionální zastoupení) tuhé fáze (skeletu) v soustavě je možno ovlivnit při stejné velikosti sférických uzlů plniva délkou můstků pojiva.

[11]) Je zřejmé, že na rozdíl od soustav pěnového typu nelze spojitě porézní soustavu pokládat za kompromis např. mezi ideální spojitě porézní soustavou a soustavou kompaktní. Hlavním důvodem je, že na rozdíl od předchozího se zde vyskytují dvojí sféricky namáhané elementy (při sférickém namáhání soustavy) s odlišnými hlavními přetvořeními.

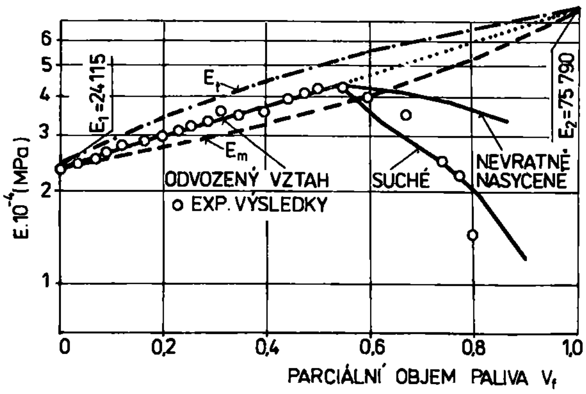
[12]) Dispergovaná fáze je koncentrována v zrnech modelovaných krychlí, matrice ve spojovacích můstcích modelovaných hranoly a tekutá fáze (je-li přítomna) vyplňuje zbytek prostoru.

$$Q=\frac{b(b^2-a^2)(1-\mu)^2+2a(1-b)(1-\mu)[a(1-\mu)+(b-a)(1+\mu)]}{b^3(1-\mu)^2+2a(1-b)(1-2\mu)[a(1-\mu)+(b-a)(1+\mu)]} \tag{27}$$

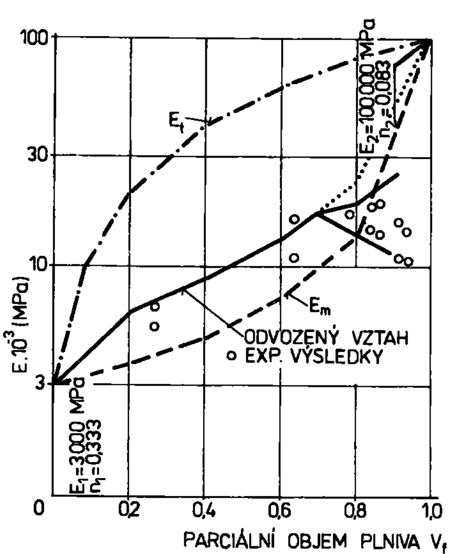
$$R=\frac{(a+b)(1-\mu)+2b\mu Q}{a(1-\mu)+(b-a)(1+\mu)}$$

$$S=\frac{b(b^2-a^2)(1-\mu)^2+2a(1-b)(1-\mu)[a(1-\mu)+(b-a)(1-2\mu)]}{b^3(1-\mu)^2+a(1-b)(2-\mu)[a(1-\mu)+(b-a)(1-2\mu)]}$$

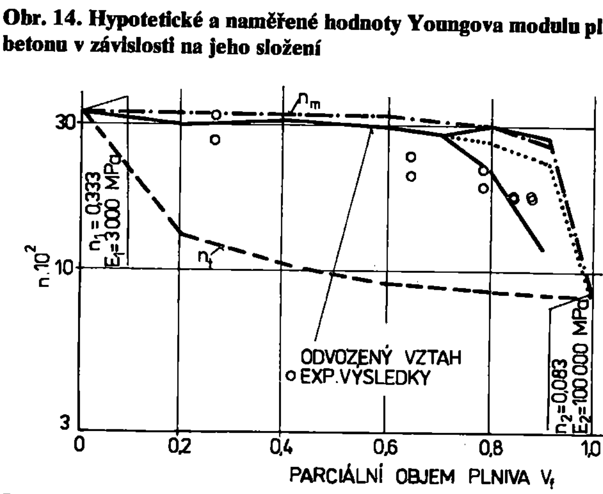
$$T=\frac{(a+b)(1-\mu)-b\mu S}{a(1-\mu)+(b-a)(1-2\mu)}$$



Obr. 13. Hypotetické a naměřené hodnoty Youngova modulu cementové malty v závislosti na jejím složení



Obr. 14. Hypotetické a naměřené hodnoty Youngova modulu plastbetonu v závislosti na jeho složení



Obr. 15. Hypotetické a naměřené hodnoty Poissonova součinitele plastbetonu v závislosti na jeho složení

E a μ jsou konstanty pružnosti získané podle vzorců (1) a (2) s použitím vzorce (5) resp. (6) zmíšením vlastností složek[13]).

3. Interakce s vnějším prostředím

Všechny dosavadní úvahy a odvozené výrazy platily za předpokladu, že póry nejsou vyplněny další fází, tedy za předpokladu, že dutinovou fází soustavy není přenášeno napětí. Ve skutečnosti dochází vždy k rovnovážnému stavu mezi soustavou a okolním prostředím a do objemu spojitých pórů vstupuje kapalná fáze, která zřejmě mění jak konstanty pružnosti soustavy, tak ostatní její fyzikálně-mechanické vlastnosti včetně pevnosti. Zahrnutí interakce tuhého skeletu s kapalnou fází umožňuje zavedený vnitřní povrch soustavy.

Spojitě porézní soustavu se zaplněnými póry lze v dalších úvahách považovat za kvazikompaktní dvoufázovou soustavu, s jednou fází tvořenou tuhým skeletem a druhou fází tvořenou kapalinou v pórech.

V prvém extrémním případě s prázdným vnitřním objemem vzhledem k možnosti volného posunu fiktivní dutinové fáze po jejím rozhraní s tuhým skeletem půjde o soustavu měkkou. Elastické konstanty E_s, μ_s je možno pokládat za známé, určené vztahy (25) a (26). Tím je dána prvá (spodní) hranice elastických konstant spojitě porézních systémů, interagujících s okolním prostředím.

V ostatních případech, kdy vnitřní objem je zaplněn kapalinou, je třeba nejdříve určit konstanty pružnosti skeletu jakožto fáze uvažované soustavy. S uvážením předpokladu o rovnoměrném prostorovém poměrném zastoupení fází (a tedy i elementů skeletu), oprávněném z hlediska přijaté kvazifázové koncepce struktury spojitě porézních soustav,

---

[13]) Objemový modul této soustavy K_s od vnějšího hydrostatického tlaku, tj. působí-li tlak pouze na vnější plochy skeletu na povrchu kubické soustavy, získá se stejným postupem a je:

$$K_s^{\text{ext}}=\frac{2E}{3(1-2a\mu)+M+3N} \tag{28}$$

Naopak, působí-li hydrostatický tlak na vnitřní povrch skeletu (hydrostatický tlak vnitřní), vychází objemový modul

$$K_s^{\text{int}}=\frac{2E}{6(1-2\mu)-3(1-2a\mu)-M+3N} \tag{29}$$

Superpozice obou vlivů poskytne objemový modul soustavy vystavené hydrostatickému tlaku, který musí být opět stejný jako pro kompaktní materiál, tj.

$$K_s=\frac{E}{3(1-2\mu)} \tag{30}$$

pro modul pružnosti skeletu E_k (na rozdíl od modulu pružnosti systému podle rovnice (25)) vyplývá:

$$E_k = E[3a^2(1-b)+b^3] \tag{31}$$

nebo s použitím (22)

$$E_k = EV_k \qquad (V_k \leqq 1) \tag{32}$$

Pro objemový modul skeletu podobně platí:

$$K_k = \frac{EV_k}{3(1-2\mu)} \tag{33}$$

protože současně musí platit, že

$$K_k = \frac{E_k}{3(1-2\mu k)} \tag{34}$$

Poissonův součinitel μ_k skeletu je zřejmě roven μ materiálu, z něhož je zhotoven, tedy

$$\mu_k = \mu \tag{35}$$

Ze vztahů (2) pro měkkou kompaktní soustavu lze s použitím konstant E_s a μ_s suché spojitě porézní soustavy a E_m, μ_k skeletu určit fiktivní konstanty pružnosti E_{fo}, μ_{fo} prázdné dutinové fáze

$$E_{fo} = \frac{V_o(E_k - V_k E_s)}{E_s E_k} \tag{36}$$

$$\mu_{fo} = \frac{\mu_s E_k - \mu_k V_k E_s}{E_k - V_k E_s} \tag{37}$$

kde V_o je objem dutinové fáze $V_o = (1 - V_k)$.

Reálná hodnota fiktivních konstant pružnosti prázdné dutinové fáze ukazuje, že pružnost průlinčité soustavy je modifikována spoluúčastí tekuté fáze, a to zejména po vstupu kapaliny do soustavy z vnějšího prostředí.

V druhém extrémním případě bude celý vnitřní objem zaplněn kapalinou. K této situaci však dochází s různou mírou spontánnosti, které odpovídá i upoutání na vnitřním povrchu soustavy. Jako prvý krajní případ lze uvažovat takovou vazbu kapaliny na fázovém rozhraní s tuhým skeletem, že je znemožněn její odchod z vnitřního objemu soustavy, ačkoliv jde o systém otevřený transportu látky přes vnější hranici. Ve druhém krajním případě nebude kapalina poutána na vnitřní povrch soustavy (čemuž odpovídá i její laxní vstup a odchod do a ze systému).

V prvním krajním případě musí tedy existovat v zavedeném smyslu tvrdé spojení nejen na rozhraní fází, ale i mezi kterýmikoli sousedními molekulami kapaliny (i když jen stěží je možno pokládat obsah dutinové fáze průlinčité soustavy za kapalinu)[14]). Jakmile by se však připustilo měkké spojení (připouštějící vzájemný posun), došlo by nezbytně k tečení kapalné fáze.

Považujeme-li pevnou a dutinovou fázi za samostatné infrastruktury, můžeme podobně jako pro tuhou fázi i pro dutinovou infrastrukturu použít dříve odvozené vztahy pro kompaktní systém. V daném případě budou aplikovány výrazy (1) pro tvrdý systém vytvořený z dutinového subsystému objemu $V_f = (1 - V_k)$, s konstantami pružnosti E_{fo} a μ_{fo} (rovnice 36, 37) a kapalinou s objemovým modulem K_f (a za daných předpokladů s $E_{f\min} = 3(1-2\mu_f)K_f$ a $\mu_{f\max} = 1/2$).

Pro konstanty pružnosti dutinové infrastruktury (při plném a nevratném zaplnění dutin kapalinou) tak dostaneme vztahy

$$E_f = \frac{E_{fo}[E_{fo} + 3(1-2\mu_{fo})K_f]}{E_{fo} + 2(1+\mu_{fo})(1-2\mu_{fo})K_f} \tag{38}$$

$$\mu_f = \frac{E_{fo} + (1+\mu_{fo})(1-2\mu_{fo})K_f}{E_{fo} + 2(1+\mu_{fo})(1-2\mu_{fo})K_f} \tag{39}$$

Celá superstruktura plně a nevratně zaplněné průlinčité soustavy kapalinou bude mít potom elastické vlastnosti odpovídající tvrdé spolupráci obou infrastuktur (tuhé a tekuté) podle vztahů (1):

$$E = \frac{[(1+\mu_f)V_s E_s + (1+\mu_s)V_f E_f][1-2\mu_f)V_s E_s + (1-2\mu_s)V_f E_f]}{(1+\mu_f)(1-2\mu_f)V_s E_s + (1+\mu_s)(1-2\mu_s)V_f E_f} \tag{40}$$

$$\mu = \frac{\mu_s(1+\mu_f)(1-2\mu_f)V_s E_s + \mu_f(1+\mu_s)(1-2\mu_s)V_f E_f}{(1+\mu_f)(1-2\mu_f)V_s E_s + (1+\mu_s)(1-2\mu_s)V_f E_f} \tag{41}$$

Tím byla získána druhá (horní) hranice elastických konstant spojitě porézních systémů interagujících s okolním prostředím.

Jednoznačné vyjádření elastických konstant průlinčité soustavy pod vlivem kapaliny uvnitř vymezeného oboru lze očekávat v závislosti na množství vlhkosti v prostředí a příjmovém potenciálu studované soustavy, určeném především stykovým napětím obou fází stejně jako vztahem velikosti pórů a viskozity kapaliny.

Na dvou příkladech (*obr. 13, 14, 15*) jsou srovnány experimentální výsledky s teoretickými hodnotami získanými z předchozích vztahů [2]. Je zřejmá velmi dobrá shoda jak v oblasti odpovídající prvnímu intervalu, tak v oblasti odpovídající třetímu intervalu. Při nižších pórovitostech se experimentální hodnoty přimykají nejdříve k teoretické hodnotě pro soustavu nevratně nasycenou, při vyšších pórovitostech k hodnotě pro soustavu suchou, s prázdným či vratně nasyceným vnitřním objemem.[15])

---

[14]) Takový případ odpovídá spíše porézní soustavě zaplněné druhou fází v kapalném stavu, která po zaplnění ztuhne v soustavě (např. polymery impregnovaný beton apod.).

[15]) Pro názornost rekapitulujeme ještě postup určení konstant pružnosti spojité porézní soustavy typu pojeného plniva:

1. V_k, V_m, V_p — poměrné části objemu skeletu, matric a plniva ($V_k = V_m + V_p$);
2. $b = V_p^{\frac{1}{3}}$ $a = \left[\frac{V_m}{3}(1-b)\right]^{\frac{1}{2}}$ — geometrické parametry;
3. E, μ — materiál tuhé fáze podle vztahu (1), (2), (5),(6);
4. E_s, μ_s, V_s — soustavy s prázdným vnitřním objemem podle vztahů (25), a (26) a
5. E_k, μ_k — skeletu podle vztahů (32) a (35);
6. E_{fo}, μ_{fo} — prázdné dutinové fáze podle vztahů (36) a (37);
7. K_A v mezích $\langle 0, K \rangle$, kde K je objemový modul kapaliny;
8. E_f, μ_f — dutinové infrastruktury podle vztahů (38) a (39);
9. E, μ, — systému podle vztahu (40) a (41).

Rozbor také potvrdil, že i pro relativně jednoduché geometrické uspořádání vychází výrazy značně složité a další „zpřesňování" patrně pozbývá praktického významu, neboť v každém konkrétním materiálu existuje velké množství dalších faktorů, které nelze exaktně zahrnout do jakkoli přesného výpočtu (např. faktory technologické). Na druhé straně odvozené vztahy na základě teorie strukturního prostředí [2] poskytují více než pouhé kvantitativní výsledky a lze podle nich předvídat chování granulárních materiálů v celém možném rozsahu kompozitního uspořádání (tj. pro kompozity prvního i třetího typu), včetně interakce s okolním prostředím, což dosud neumožňovala žádná známá teorie.

Ostatní fyzikální vlastnosti (elektrické, magnetické, teplotní) se řídí podobnými zákony jako elastické vlastnosti. Proto přiměřenost různých směsných pravidel (zejména při vyšších koncentracích dispergované fáze), jak jsou uvedeny např. v (4, 24, 34, 35, 36, 37), bez zavedení strukturních parametrů je spíše náhodná a takové vztahy by se měly používat opatrně a jen k určení informativních hodnot. Zavedením adekvátního strukturního modelu (a tím i vnitřního povrchu a mezifázových hranic) lze získat i pro různé fyzikální vlastnosti kompozitů analogické vztahy, jaké byly odvozeny pro elastické vlastnosti, a podstatně bližší shodu se skutečností.

Ačkoliv se podařilo úspěšně zvládnout obecný popis pružnosti systému, nebyla dosud objevena žádná metoda, která by umožnila obecný popis pevnosti granulárních kompozitů všech tří typů[16]. Zdá se, že spíše než absolutní hodnota pevnosti, kterou stejně nelze spolehlivě určit (a to ani u homogenních materiálů), pokud nebude odvozena obecná energetická teorie na základě statistických charakteristik materiálu, pro pochopení vlastností materiálu je důležitější znalost deformačního mechanismu a chování při porušování a při totálním porušení.

---

[16]) Pro některé speciální systémy byly odvozeny většinou empirické vztahy (38, 39, 40, 41, 42), jež mají jen malou obecnou cenu. Pokusy o teoretické odvození selhávají na neznalosti konstant nebo funkcí vystupujících v analýzách.

LITERATURA

[1] BAREŠ, R. A.: Proc. Plastics in Material and Structural Engineering, Praha 1981, s. 245
[2] NAVRÁTIL, J.: Mechanika spojitě porézních soustav v definovaných podmínkách prostředí. Zpráva ÚTAM-ČSAV, Praha 1968
[3] BAREŠ, R. A.–JAVORNICKÝ, J.–NAVRÁTIL, J.: Proc. Mechanical Behavior of Materials, Kyoto 1971, díl V, s. 42
[4] EINSTEIN, A.: Ann. Phys., 19, 1906, s. 289
[5] MOONEY, M.: J. Colloid Sci., 6, 1951, s. 162
[6] EILERS, H.: J. Colloid Sci., 97, 1941, s. 313
[7] BRINKMAN, H. C.: J. Chem. Phys., 20, 1952, s. 571
[8] COHAN, L. H.: India Rubber World, 117, 1947, s. 354
[9] GUTH, E.: J. Appl. Phys., 16, 1945, s. 20
[10] SMALLWOOD, H. M.: J. Appl. Phys., 15, 1944, s. 758
[11] GUTH, E.–COHAN, L. H.: Proc. 2nd Rubber Techn. Conf. London 1948, s. 353
[12] FLEMMERT, G.: Royal Institute of Technology, Stockholm 1952
[13] JEFFERY, G. B.: Proc. Roy. Soc. (London), 102 A, 1923, s. 161
[14] FRÖHLICH, H.–SACK, R.: Proc. Roy. Soc. (London), 185 A, 1946, s. 415
[15] KERNER, E. H.: Proc. Phys. Soc., London, 69 B, 1956, s. 802
[16] VAN DER POEL, C.: Rheol. Acta, 1, 1958, 1961
[17] HASHIN, Z.: Bull. Res. Counc. Israel, 5, 1955, s. 46
[18] DEWEY, J. M.: J. Appl. Phys., 18, 1947, s. 578
[19] ESHELBY, J. D.: Proc. Roy. Soc. (London), 241 A, 1957, s. 376
[20] HASHIN, Z.: Non-homogeneity in Elasticity and Plasticity, Proc. IUTAM Symp. 1958 (ed. W. Olszak), Pergamon Press, Oxford 1958, s. 463
[21] MACKENZIE, J. K.: Proc. Phys. Soc. (London), 63 B, 1950, s. 2
[22] COBLE, R. L.–KINGERY, W. D.: J. Amer. Ceram. Soc., 39, 1956, s. 379
[23] MACKENZIE, J. K.: Proc. Phys. Soc. (London), 63 B, 1950, s. 2
[24] BRUGGEMAN, D. A. G.: Phys, U., 37, 1936, s. 906, Ann. Phys., 29, 1937, s. 160
[25] GOODIER, J. N.: J. Appl. Mech., 55, 1933, A-39
[26] PAUL, B.: Trans. AIME, 218, 1960, s. 36
[27] DANTU, P.: Lab. C. Ponts et Chausées, publ. No. 57-6, 1957
[28] KAPLAN, M. F.: Proc. RILEM, Paris, 1959
[29] KAPLAN, M. F.: JACI, Proc. 55, 1959, s. 1193
[30] TAKAYANAGI, M.: Mem. Fac. Eng., Kyushu Univ., 23, 1963, s. 41
[31] COUNTO, U. J.: Mag. Concrete Res., 16, 1964, s. 129
[32] HASHIN. Z.–SHITRIKMAN, S.: J. Mech. Phys. Solids, 11, 1963, s. 127
[33] DOREY, G.–SIDEY, G. R.–HUTCHINGS, J.: Composites, 9, 1978, s. 25
[34] MAXWELL, J. C.: Treatise on Electricity and Magnetism, 1, 1973, s. 365
[35] KERNER, E. H.: Proc. Phys. Soc., London, 69 B, 1956, s. 802
[36] NICHOLS, J. L.: J. Appl. Phys., 26, 1955, s. 470
[37] LOCK, A. L.: J. Am. Ceram. Soc., 37, 1954, s. 96
[38] GENSAMER, M.: Trans. Am. Soc. Metals, 36, 1940, s. 30
[39] OROVAN, E.: Proc. Inst. of Metals Symp. on Internal Stresses, 1948, str. 451
[40] FISHER, J. C.–HART, E. W.–PRY, R. H.: Acta Met. 1, 1953, 336
[41] LENEL, F. V.–ANSELL, G. S.: Powder Metallurgy, (ed. W. Lesynski), Interscience, New York 1961, s. 267
[42] BUECKE, A. M.: Reinforcement of Elastomers, ed. G. Kraus, Interscience, New York, 1960, s. 5

Otevření postgraduálního studia BETONOVÉ KONSTRUKCE na Stavební fakultě ČVUT v Praze

Katedra betonových konstrukcí a mostů byla rektorem ČVUT pověřena zavést postgraduální studium pro vedoucí perspektivní pracovníky, kteří se zabývají problematikou betonových konstrukcí.

Studium je rozvrženo do čtyř semestrů po 65 výukových hodinách a uskuteční se od února 1986 formou dálkového studia. Výuka každého semestru bude rozdělena na čtyři měsíce – v každém do dvou po sobě jdoucích dnů. Součástí výuky bude i dvoudenní exkurze. Studium bude zakončeno vypracováním a obhajobou závěrečné práce.

Náplň studia tvoří průpravné předměty, vybrané statě z technologie betonových konstrukcí, z předpjatého betonu, progresivní betonové konstrukce včetně možností využití výpočetní techniky, ověřování nosných konstrukcí v laboratoři i za provozu, statě o poruchách a rekonstrukcích, o zakládání a stavbě konstrukcí.

Předpokládaný počet účastníků je třicet. Náklady na jednoho posluchače jsou asi 12 800 Kčs a uhradí je vysílající organizace. Ubytování a stravování si zajistí účastníci sami. Nároky studujících jsou upraveny vyhláškou č. 140/1968 Sb.

Informační brožuru a tiskopisy přihlášek zašle organizacím na požádání garant postraduálního studia prof. Ing. V. Novák, DrSc., Stavební fakulta ČVUT, 166 29 Praha 6, Thákurova 7 (telefon 332, linka 3875). Závazné přihlášky je nutno podat do 30. září 1985 na uvedenou adresu.